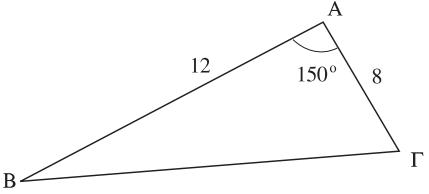
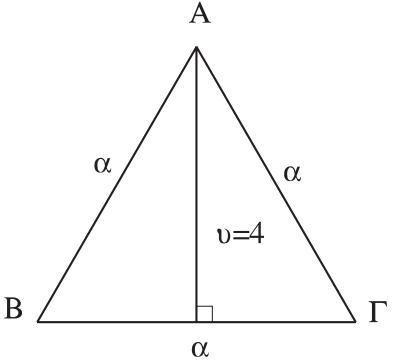
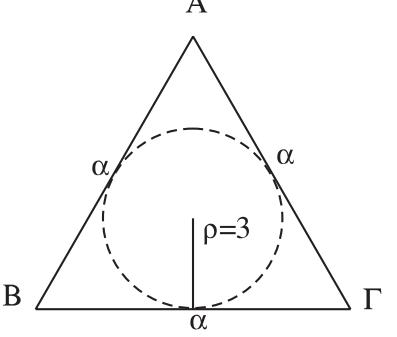


Ερωτήσεις συμπλήρωσης

1. * Το εμβαδόν ενός τραπεζίου ισούται με το γινόμενο της διαμέσου των μη παράλληλων πλευρών επί
2. * Αν το ένα ύψος ενός παραλληλογράμμου είναι διπλάσιο από το άλλο του ύψος, τότε η μία πλευρά που αντιστοιχεί σ' αυτό είναι
3. * Σε κάθε τρίγωνο ABC ισχύει $(ABC) = \sqrt{\tau(\tau - \alpha)(\tau - \beta)(\tau - \gamma)}$ όπου $\tau = \dots$.
4. * Αν το εμβαδόν ενός τριγώνου ABC είναι $\frac{\alpha\beta}{2}$ (όπου α, β πλευρές), τότε η μεγαλύτερη γωνία του είναι η και είναι ίση με
5. * Αν δ_1, δ_2 είναι οι διαγώνιοι ρόμβου, το εμβαδό του ισούται με
6. * Αν ένας ρόμβος πλευράς α με διαγώνιες δ_1, δ_2 είναι ισοδύναμος με ένα ορθογώνιο, τότε οι πλευρές του ορθογωνίου είναι οι ή οι
7. * Σε τρίγωνο ABC η γωνία B είναι 30° . Το εμβαδόν του συναρτήσει των πλευρών του α, γ είναι

8. * Υπολογίστε και συμπληρώστε στη στήλη B τα εμβαδά των σχημάτων που βρίσκονται στη στήλη A.

στήλη A	στήλη B
	E =
	E =
	E =

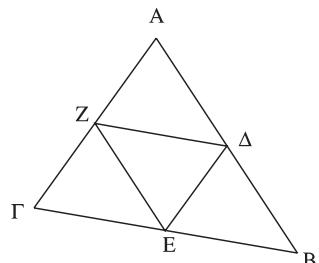
9. * Υπολογίστε και συμπληρώστε στη στήλη B τα εμβαδά των τριγώνων των οποίων τα στοιχεία βρίσκονται στη στήλη A.

στήλη A στοιχεία τριγώνου ΑΒΓ	στήλη B εμβαδόν τριγώνου ΑΒΓ
$\alpha = 2, \gamma = 3, B = 60^\circ$	E =
$\alpha = 3, \beta = 3, \gamma = 4$	E =
$\alpha = \beta = \gamma, v_\alpha = 5\sqrt{3}$	E =
$\alpha = \beta = \gamma = 4$	E =

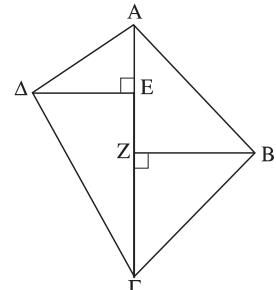
Ερωτήσεις ανάπτυξης

1. ** Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ και έστω Δ, E, Z τα μέσα των πλευρών $AB, B\Gamma$ και ΓA αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

a) $(\Delta EZ) = (ZGE)$
 β) $(\Delta EZ) = \frac{1}{4} (AB\Gamma)$.

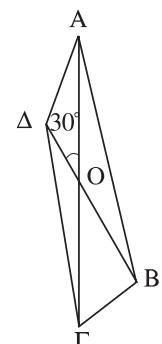


2. ** Να δείξετε ότι το εμβαδόν τυχόντος τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ ισούται με το γινόμενο της μιας διαγώνιου του $A\Gamma$ επί το ημιάθροισμα των αποστάσεων $\Delta E, ZB$ των δύο άλλων κορυφών από τη διαγώνιο αυτή.

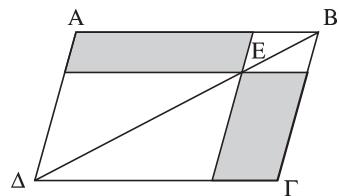


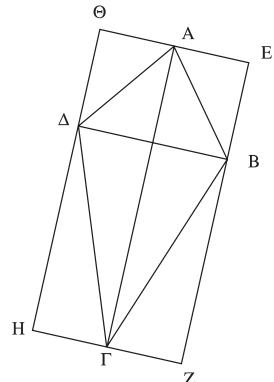
3. ** Όταν οι διαγώνιες ενός κυρτού τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$ σχηματίζουν γωνία $O = 30^\circ$, να δείξετε ότι ισχύει:

a) $(AO\Delta) = \frac{1}{4} O\Delta \cdot OA$
 β) $(AB\Gamma\Delta) = \frac{1}{4} AG \cdot \Delta B$.



4. ** Από ένα σημείο E της διαγωνίου $B\Delta$ παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$ φέρνουμε παράλληλες προς τις πλευρές του. Να δείξετε ότι τα παραλληλόγραμμα που βρίσκονται εκατέρωθεν της $B\Delta$ είναι ισοδύναμα.

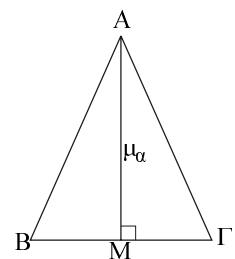




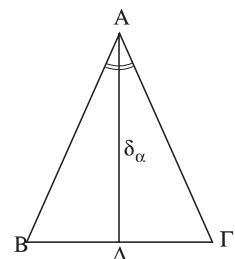
5. ** Από τις κορυφές ενός τετραπλεύρου ABΓΔ φέρνουμε παράλληλες προς τις διαγωνίους του. Να δείξετε ότι το περιγεγραμμένο στο τετράπλευρο παραλληλόγραμμο HZEΘ έχει εμβαδό διπλάσιο από το εμβαδό του τετραπλεύρου.

6. ** Να δείξετε ότι σε ρόμβο, του οποίου το εμβαδόν είναι ίσο με το ημιγινόμενο μιας διαγωνίου επί την πλευρά του, μια γωνία του είναι 60° .

7. ** Να δείξετε ότι ένα τρίγωνο ABΓ , του οποίου το εμβαδόν ισούται με $\frac{1}{2} \alpha \cdot \mu_\alpha$, όπου μ_α η διάμεσος από την κορυφή A , είναι ισοσκελές ή ισόπλευρο.

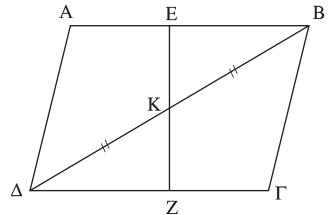


8. ** Να δείξετε ότι ένα τρίγωνο ABΓ , το εμβαδόν του οποίου ισούται με $\frac{1}{2} \alpha \cdot \delta_\alpha$, όπου δ_α η διχοτόμος της γωνίας A , είναι ισοσκελές ή ισόπλευρο.

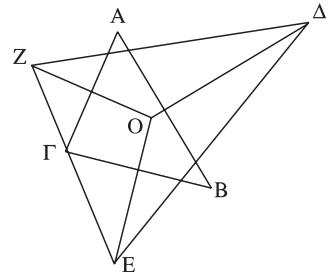


9. ** Να δείξετε ότι αν ένα τετράγωνο πλευράς α και ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς β έχουν την ίδια περίμετρο, τότε το εμβαδόν του τετραγώνου ισούται με $\frac{9\beta^2}{16}$.

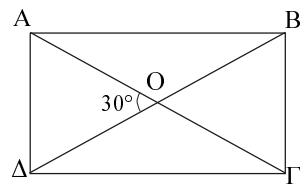
- 10.** ** Δίνεται παραλληλογραμμό ΑΒΓΔ και από το μέσο Κ της διαγωνίου ΒΔ φέρνουμε τυχαία ευθεία EZ που τέμνει τις ΑΒ και ΓΔ στα Ε και Ζ αντίστοιχα.
Να δείξετε ότι $(ΑΕΖΔ) = (ΒΓΖΕ)$.



- 11.** ** Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ. Από ένα σημείο Ο εσωτερικό του ΑΒΓ φέρνουμε κάθετες στις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ και πάνω σ' αυτές παίρνουμε τμήματα ΟΔ = ΑΒ, ΟΕ = ΒΓ, ΟΖ = ΓΑ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι ισχύει:
α) $(ΔΟΕ) = (ΑΒΓ)$ και
β) $(ΔΕΖ) = 3(ΑΒΓ)$.

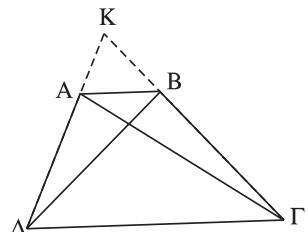


- 12.** ** Ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ το εμβαδόν του είναι ίσο με $\frac{ΑΓ^2}{4}$, όπου ΑΓ η μία διαγώνιός του. Δείξτε ότι η οξεία γωνία ΑΟΔ των διαγωνίων του είναι 30° .

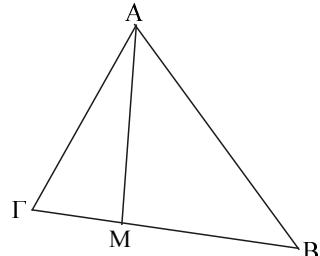


- 13.** ** Το εμβαδόν ενός τετραγώνου είναι 256 cm^2 . Αν ελαττώσουμε την πλευρά του κατά 10 cm , κατά πόσα cm^2 ελαττώνεται το εμβαδόν του;

- 14.** ** Τραπεζίου ΑΒΓΔ οι μη παράλληλες πλευρές ΑΔ και ΒΓ τέμνονται στο Κ. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΚΑΓ και ΚΒΔ είναι ισοδύναμα.



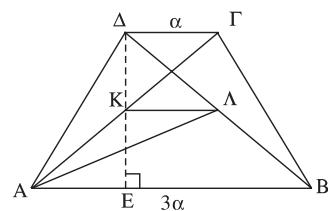
15. ** Έστω τρίγωνο ABG και σημείο M της πλευράς BG , τέτοιο ώστε $BM = \frac{2}{3} BG$. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του ABM είναι ίσο με τα $\frac{2}{3}$ του εμβαδού του τριγώνου ABG .



16. ** Έστω ABG ένα ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς α και KLM τρίγωνο με γωνία $\hat{K} = 120^\circ$. Τότε να δείξετε ότι $\frac{(KLM)}{(ABG)} = \frac{KL \cdot LM}{\alpha^2}$.

17. ** Ισοσκελές τραπέζιο $ABGD$ έχει βάσεις α και 3α και ύψος $\Delta E = 2\alpha$ και K, Λ , Γ είναι τα μέσα των διαγωνίων του.

- a) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου $AK\Lambda$.
b) Να δείξετε ότι:



$$(AK\Lambda) = (BKL) = (\Gamma KL) = (\Delta K\Lambda).$$

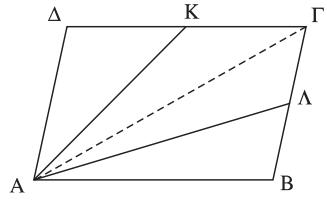
18. ** Αν η πλευρά ενός τετραγώνου αυξηθεί κατά 4 m , το εμβαδόν του αυξάνεται κατά 136 m^2 . Να βρεθεί η πλευρά του τετραγώνου αυτού.

19. ** Η περίμετρος ενός ρόμβου $ABGD$ είναι 48 cm και η απόσταση των δύο απέναντι πλευρών του είναι 5 cm . Να υπολογιστεί το εμβαδόν του ρόμβου.

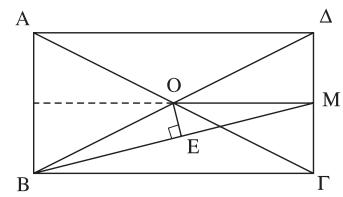
20. ** Ένα τρίγωνο ABG έχει γωνία $\Gamma = 60^\circ$, $\beta = 12 \text{ cm}$, $\alpha = 3 \text{ cm}$ και είναι ισοδύναμο με ισόπλευρο τρίγωνο. Να υπολογιστεί η πλευρά του ισοπλεύρου αυτού τριγώνου.

- 21.** ** Σ' ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ συνδέουμε την κορυφή A με τα μέσα K , Λ των πλευρών $\Gamma\Delta$ και $B\Gamma$ αντίστοιχα. Να δείξετε ότι

$$(AK\Gamma\Lambda) = \frac{1}{2} (AB\Gamma\Delta).$$



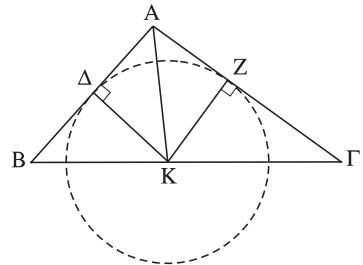
- 22.** ** Δίνεται ορθογώνιο $AB\Gamma\Delta$ με διαστάσεις $B\Gamma = a$ και $AB = \beta$. Φέρνουμε την OM , όπου O το σημείο τομής των διαγωνίων του και M το μέσο της πλευράς $\Delta\Gamma$.



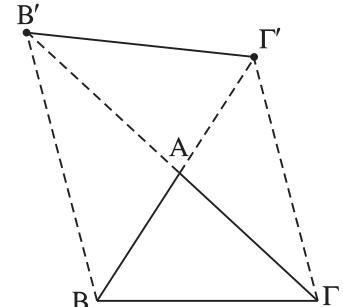
- α) Να υπολογιστούν οι πλευρές του τριγώνου OMB συναρτήσει των a, β .
- β) Δείξτε ότι τα τρίγωνα OMB και $OM\Gamma$ είναι ισοδύναμα.
- γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του OMB συναρτήσει των a, β .

- 23.** ** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές a, β, γ και κύκλος (K, R) που έχει το κέντρο του στην πλευρά $B\Gamma$ και εφάπτεται στις πλευρές AB και $A\Gamma$. Να δείξετε ότι:

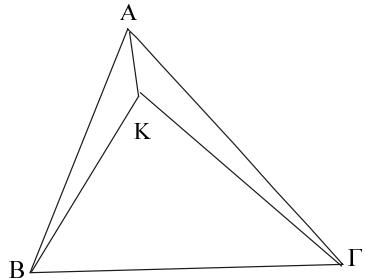
$$R(\beta + \gamma) = 2E.$$



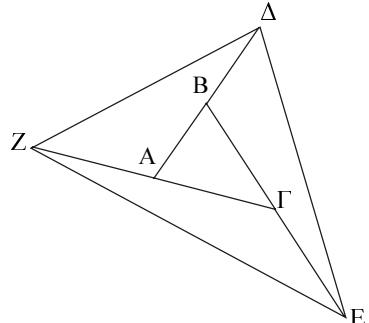
- 24.** ** Από την κορυφή B τριγώνου $AB\Gamma$ φέρνουμε μια οποιαδήποτε ευθεία που να συναντά την προέκταση της ΓA , προς το μέρος του A σε ένα σημείο B' , καθώς και την $\Gamma\Gamma'/BB'$, που συναντά την προέκταση της BA στο Γ' . Να αποδειχθεί ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $AB'\Gamma'$ είναι ισεμβαδικά.



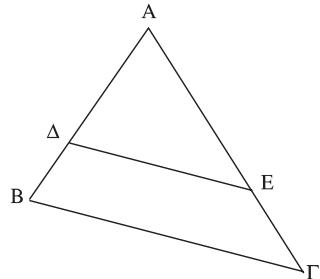
- 25.** ** Στο εσωτερικό ενός τριγώνου $AB\Gamma$ παίρνουμε ένα σημείο K έτσι ώστε να είναι γωνία $AKB = \gamma$ ωνία $\Gamma KA = 120^\circ$ και $KA = 2 \text{ cm}$, $KB = 6 \text{ cm}$, $\Gamma K = 10 \text{ cm}$. Να υπολογιστούν τα εμβαδά των τριγώνων:
- α) $KB\Gamma$ και β) $AB\Gamma$.



- 26.** ** Αν το άθροισμα των διαγωνίων ενός ρόμβου είναι 14 cm και η περίμετρός του είναι 20 cm , να βρεθούν:
- α) το εμβαδόν του και
β) το ύψος του ρόμβου από την κορυφή A .
- 27.** ** Ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ έχει μια γωνία του 5 -πλάσια μιας άλλης και την περίμετρό του 12 -πλάσια μιας πλευράς. Αν το εμβαδόν του είναι 40 cm^2 , να υπολογισθούν:
- α) οι πλευρές του και
β) τα ύψη του.
- 28.** ** Προεκτείνουμε τις πλευρές AB , $B\Gamma$, ΓA τριγώνου $AB\Gamma$ αντιστοίχως κατά τμήματα $B\Delta = BA$, $\Gamma E = \Gamma B$ και $AZ = AG$. Να δείξετε ότι:
- α) $(Z\Gamma E) = 2 (AB\Gamma)$ και
β) $(\Delta EZ) = 7 (AB\Gamma)$.

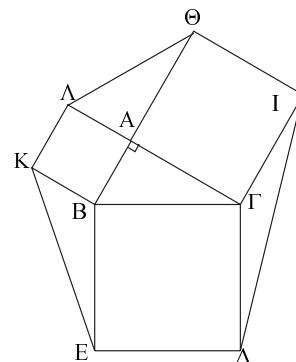


- 29.** ** Σε τρίγωνο ABG φέρνουμε παράλληλη στην πλευρά BG που τέμνει τις πλευρές AB και AG στα σημεία Δ και E αντίστοιχα. Να δείξετε ότι: $(ABE)^2 = (ABG) \cdot (ADE)$.



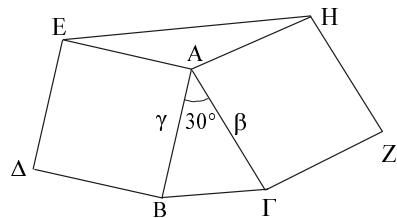
- 30.** ** Έστω ορθογώνιο τρίγωνο ABG ($\hat{A} = 90^\circ$). Κατασκευάζουμε επί των τριών πλευρών και εκτός του τριγώνου τετράγωνα $B\Gamma\Delta E$, $\Gamma A\Theta I$, $A B K L$. Αν γνωρίζουμε τις πλευρές του ορθογώνιου τριγώνου $AB = \gamma$, $AG = \beta$, $BG = \alpha$, να υπολογισθούν:

- a) Τα εμβαδά (KBE) , (ΔGI) , $(\Lambda A\Theta)$ και
b) Το εμβαδόν του εξαγώνου $\Delta EK\Lambda\Theta I$,



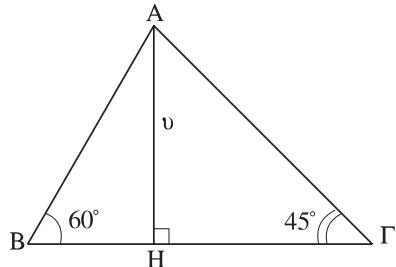
- 31.** ** Ένα τρίγωνο ABG έχει $AB = \gamma$, $AG = \beta$ και γωνία $A = 30^\circ$. Επί των πλευρών AB και AG και έξω από το τρίγωνο κατασκευάζουμε τετράγωνα $AB\Delta E$, $AGZH$ και φέρνουμε την EH .

- a) Δείξτε ότι τα τρίγωνα AEH και ABG είναι ισοδύναμα.
b) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του $BGZH\Delta E$.



- 32.** ** Δίνεται τρίγωνο ABG με ύψος $AH = v$, γωνία $B = 60^\circ$ και γωνία $\Gamma = 45^\circ$. Να υπολογίσετε συναρτήσει του v :

- a) Τις πλευρές του τριγώνου
b) Το εμβαδόν του
γ) Τα ύψη προς τις πλευρές AB και AG .

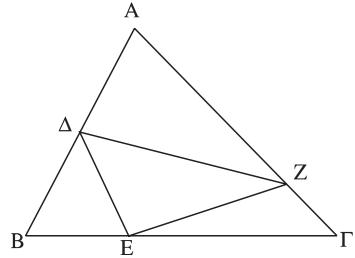


- 33.** ** Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$. Στις πλευρές του AB , $B\Gamma$, ΓA παίρνουμε αντίστοιχα τα σημεία Δ , E , Z έτσι ώστε: $A\Delta = \frac{1}{2} AB$,

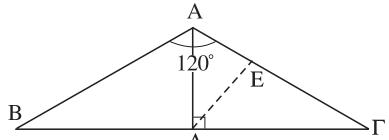
$$BE = \frac{1}{3} BG, GZ = \frac{1}{4} GA. \text{ Αν γνωρίζουμε}$$

ότι $(AB\Gamma) = E$, να υπολογίσετε:

- a) Τα εμβαδά των τριγώνων ΔBE , $EZ\Gamma$, $A\Delta Z$.
 β) Το εμβαδόν του τριγώνου ΔEZ .



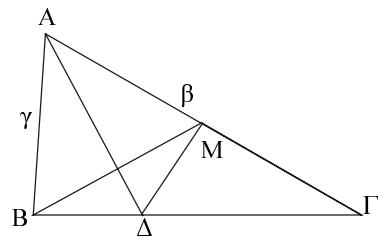
- 34.** ** Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = AG$) με $AB = 6$ cm και γωνία $BAG = 120^\circ$.



- a) Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.
 β) Αν E σημείο της AG , τέτοιο ώστε $AE = \frac{1}{2} EG$ και $A\Delta$ το ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$, να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου ΔEG .

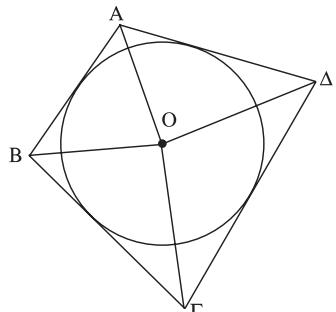
- 35.** ** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\beta = 2\gamma$, $A\Delta$ μια διχοτόμος του και BM μια διάμεσός του. Να δείξετε ότι:

$$\alpha) \frac{(BMA)}{(\Delta MG)} = \frac{1}{2} \quad \beta) \frac{(M\Delta\Gamma)}{(AB\Gamma)} = \frac{1}{3}.$$



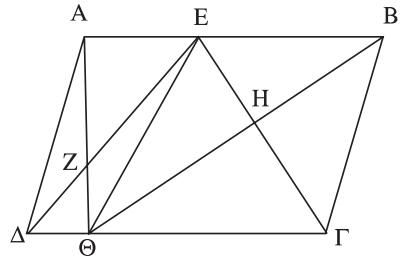
- 36.** ** Ένα τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ είναι περιγεγραμμένο περί τον κύκλο O . Να δείξετε ότι αληθεύει η σχέση:

$$(OAB) + (OG\Delta) = (OA\Delta) + (OB\Gamma).$$



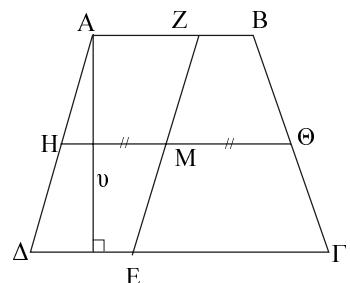
37. ** Σε ένα παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ παίρνουμε δύο τυχόντα σημεία E και Θ επί των πλευρών AB και $\Gamma\Delta$ αντίστοιχα. Οι ευθείες ΔE και $A\Theta$ τέμνονται στο Z και οι ευθείες ΓE και $B\Theta$ τέμνονται στο H . Να δείξετε ότι:

- a) $(EZ\Theta) = (AZ\Delta)$
 β) $(EH\Theta Z) = (B\Gamma\Gamma) + (A\Delta Z)$.



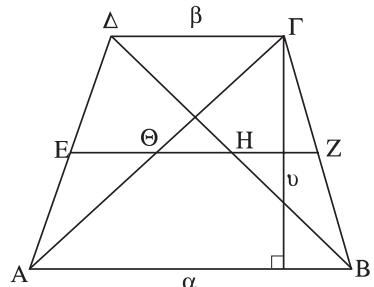
38. ** Έστω τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$, υ το ύψος από το A και $H\Theta$ η διάμεσός του. Φέρνουμε ευθύγραμμο τμήμα που διέρχεται από το μέσο M της $H\Theta$ και τέμνει τις AB , $\Delta\Gamma$ στα σημεία Z , E αντίστοιχα. Να δείξετε ότι:

- a) $(AZE\Delta) = HM.v$ και
 β) $(AZE\Delta) = (ZB\Gamma E)$.



39. ** Τραπέζιον $AB\Gamma\Delta$ οι βάσεις είναι $AB = \alpha$, $\Gamma\Delta = \beta$ και v το ύψος του. Φέρνουμε τη διάμεσο EZ που τέμνει τις διαγώνιες $A\Gamma$ και $B\Delta$ στα Θ και H αντίστοιχα. Να δειχθεί ότι:

- a) $(AH\Gamma) = \frac{(\alpha - \beta)v}{4}$ και
 β) $(ABZE) - (EZ\Gamma\Delta) = (AH\Gamma)$.

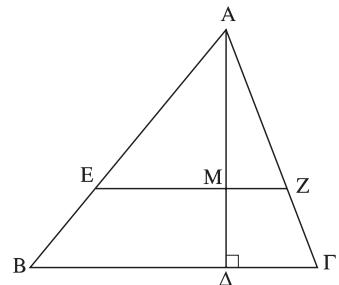


40. ** Ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει $\alpha = 17$ cm, $\beta = 8$ cm, $\gamma = 15$ cm.

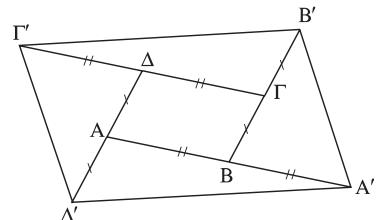
- α) Να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

- β) Αν $A\Delta$ είναι το ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$, να υπολογίσετε το λόγο $\frac{(AB\Delta)}{(A\Gamma\Delta)}$.

- 41.** ** Ένα τρίγωνο $ABΓ$ έχει εμβαδόν 90 cm^2 . Από ένα σημείο M του ύψους του $AΔ$, που το διαιρεί σε δύο τμήματα AM , $MΔ$ με λόγο $\frac{2}{1}$, φέρνουμε παράλληλο προς τη $BΓ$ που τέμνει τις AB και AG στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τριγώνου AEZ .

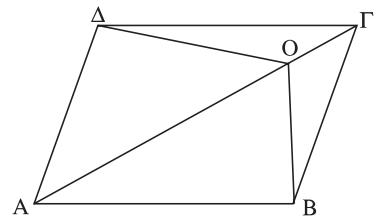


- 42.** ** Ενός παραλληλογράμμου $ABΓΔ$ προεκτείνουμε τις πλευρές του και στις προεκτάσεις παίρνουμε τμήματα $AΔ' = AΔ$, $BA' = BA$, $ΓB' = ΓB$, $ΔΓ' = ΔΓ$.

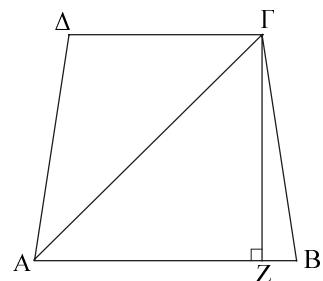


- α) Να δείξετε ότι το $A'B'Γ'Δ'$ είναι παραλληλόγραμμο
β) Να εκφραστεί το εμβαδόν του $A'B'Γ'Δ'$, συναρτήσει του εμβαδού E του $ABΓΔ$.

- 43.** ** Δίνεται ένα παραλληλόγραμμό $ABΓΔ$ και έστω O σημείο της διαγωνίου του AG . Να δείξετε ότι τα τρίγωνα OAB και $OΔA$ είναι ισοδύναμα.

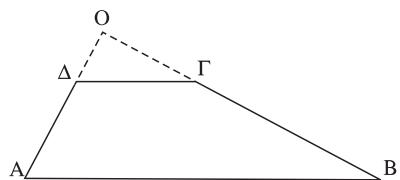


- 44.** ** Δίνεται ισοσκελές τραπέζιο $ABΓΔ$ με βάσεις AB και $ΓΔ$ και ύψος $ΓΖ$. Να δείξετε ότι το εμβαδόν του τραπέζιου αυτού είναι διπλάσιο του εμβαδού του ορθογωνίου τριγώνου $AGΖ$.



- 45.** ** Να υπολογιστούν οι πλευρές ενός ισοσκελούς τραπεζίου, αν γνωρίζουμε ότι η περίμετρός του είναι 60 m, το εμβαδόν του 160 m^2 και το ύψος του 8 m.

- 46.** ** Δίνεται ένα τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$, που έχει βάσεις $AB = 70 \text{ cm}$, $\Gamma\Delta = 20 \text{ cm}$ και μη παράλληλες πλευρές $B\Gamma = 40 \text{ cm}$ και $A\Delta = 30 \text{ cm}$.



- α) Να αποδειχθεί ότι οι $B\Gamma$ και $A\Delta$ είναι κάθετοι.
β) Να υπολογιστεί το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$.

- 47.** ** Να δείξετε ότι σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο ισχύει:

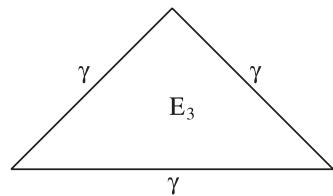
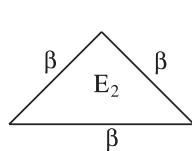
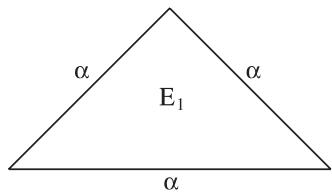
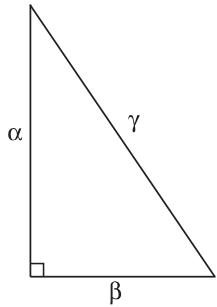
$$\mu_{\alpha}^2 + \mu_{\beta}^2 + \mu_{\gamma}^2 = 3E\sqrt{3}$$

($\mu_{\alpha}, \mu_{\beta}, \mu_{\gamma}$ οι τρεις διάμεσοι του τριγώνου και E το εμβαδόν του).

- 48.** ** Δείξτε ότι δύο τρίγωνα που έχουν κορυφή ένα τυχόν σημείο της περιμέτρου ενός παραλληλογράμμου και βάσεις τις διαγώνιές του, έχουν σταθερό άθροισμα εμβαδών.

- 49.** ** Να διαφρεθεί τετράγωνο πλευράς $a = 6 \text{ cm}$ σε τρία ισοδύναμα μέρη με ευθείες που διέρχονται από μια κορυφή του.

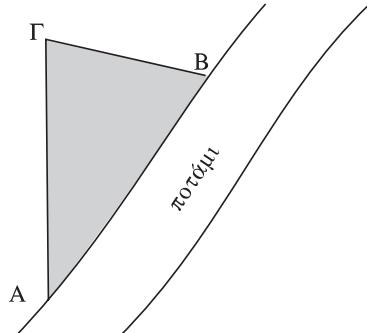
50. ** Παρατηρώντας τα 4 παρακάτω τρίγωνα, βρείτε τη σχέση που συνδέει μεταξύ τους τα εμβαδά E_1 , E_2 , E_3 των αντίστοιχων τριγώνων. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.



51. ** Μια ομάδα προσκόπων κατασκηνώνει δίπλα σ' ένα ποτάμι και θέλει να σχηματίσει μια τριγωνική περίφραξη στην όχθη του ποταμού (βλ. διπλανό σχήμα). Η ομάδα έχει στη διάθεσή της δύο σχοινιά μήκους 30 m και 40 m και θέλει να περιφράξει το μεγαλύτερο δυνατό εμβαδόν. Πώς θα το καταφέρει:

- α) αν τα μήκη AG , GB της τριγωνικής περίφραξης είναι 40 m και 30 m αντίστοιχα;
- β) αν το $AG + GB = 70$ m;

Σημείωση: Θεωρήστε την όχθη AB περίπον ευθεία γραμμή.

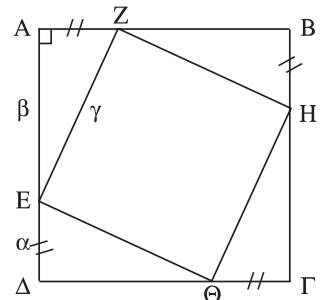


52. ** Στο διπλανό σχήμα το ΑΒΓΔ είναι τετράγωνο και $E\Delta = \Theta\Gamma = HB = AZ$.

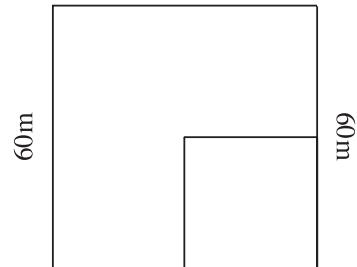
- Να βρείτε το εμβαδόν του ΑΒΓΔ συναρτήσει των α, β .
- Τι σχήμα είναι το EZΗΘ;
- Να βρείτε τα εμβαδά των τριγώνων ΑΖΕ, ΕΔΘ, ΘΓΗ, ΗΒΖ και του σχήματος EZΗΘ συναρτήσει των α, β .
- Χρησιμοποιώντας τις απαντήσεις των ερωτημάτων (a), (γ), ποιο βασικό πολύ γνωστό γεωμετρικό θεώρημα μπορείτε να αποδείξετε;

53. ** Τέσσερις αδελφοί κληρονόμησαν από τον πατέρα τους διαμπερές τετραγωνικό οικόπεδο πλευράς 60 m. Για να πληρώσουν την Εφορία πούλησαν ένα τμήμα από αυτό σχήματος τετραγώνου, πλευράς 30 m, με πρόσοψη στον αγροτικό δρόμο. Το υπόλοιπο οικόπεδο το μοίρασαν μεταξύ τους τα αδέλφια σε 4 ισεμβαδικά οικόπεδα με πρόσοψη στον Εθνικό δρόμο.

- Να βρείτε πόσα τετραγωνικά μέτρα πούλησαν για να πληρώσουν την Εφορία.
 - Να βρείτε πόσο είναι το εμβαδόν καθενός από τα 4 οικόπεδα που πήραν οι αδελφοί.
 - Να σχεδιάσετε τα οικόπεδα που πήρε καθένας από τους τέσσερις αδελφούς και να βρείτε την περίμετρό τους.
 - Αν το τετράγωνο που πουλήθηκε ήταν σε διαφορετική θέση, μπορούσε να γίνει δικαιότερη η διάρρεση του υπόλοιπου οικοπέδου για τα τέσσερα αδέλφια;
- Παρατήρηση:** Η ερώτηση (δ) να μην δοθεί σε διαγώνισμα, γιατί είναι θέμα που μπορούμε να διαπραγματεύθούμε μόνο στην τάξη.



Εθνικός δρόμος



Αγροτικός δρόμος

54. ** Για να ρυμοτομηθεί τετραγωνικό αγροτεμάχιο πλευράς 600 m, κατασκευάζεται στο κέντρο του τετραγωνική πλατεία πλευράς 300 m. Το υπόλοιπο αγροτεμάχιο χωρίζεται σε 8 ισεμβαδικά οικόπεδα.

- α) Σχεδιάστε τις διαγωνίους του τετραγωνικού αγροτεμαχίου και υπολογίστε το μήκος τους.
- β) Τοποθετήστε στο σχήμα την τετραγωνική πλατεία και υπολογίστε το εμβαδόν της.
- γ) Ολοκληρώστε το σχήμα σχεδιάζοντας τα 8 ζητούμενα ισεμβαδικά οικόπεδα. Τι σχήμα έχουν αυτά;
- δ) Υπολογίστε για καθένα από τα 8 οικόπεδα:
 - i) το εμβαδόν του
 - ii) την περίμετρό του.

Παρατίρηση: Το παραπάνω πρόβλημα μπορούμε να το διαπραγματευθούμε στην τάξη και με την παρακάτω εκφώνηση:

Πρόβλημα:

Για να ρυμοτομηθεί τετραγωνικό αγροτεμάχιο πλευράς 600 m, κατασκευάζεται στο κέντρο του τετραγωνική πλατεία πλευράς 300 m. Το υπόλοιπο αγροτεμάχιο να χωριστεί σε 8 ισεμβαδικά οικόπεδα.

55. ** Δεδομένο τρίγωνο ΑΒΓ να μετασχηματιστεί σε ισοδύναμο ορθογώνιο.

56. ** Δεδομένο πεντάγωνο να μετασχηματιστεί σε ισοδύναμο τρίγωνο.

57. ** Δεδομένο τρίγωνο ΑΒΓ να μετασχηματιστεί σε ισοδύναμο ορθογώνιο τρίγωνο.

58. ** Να κατασκευαστεί τετράγωνο ισοδύναμο με δεδομένο ορθογώνιο με διαστάσεις $\alpha = 3$, $\beta = 7$.

